EPHE Sciences historiques et philologiques

Annuaire de l'École pratique des hautes études. Section des sciences historiques et philologiques

156 | 2025
Annuaire de l'EPHE, section des Sciences historiques et philologiques (2023-2024)

Philologie et épistémologie mathématique en Inde ancienne

Satyanad Kichenassamy

OpenEdition Journals

Édition électronique
URL : https://journals.openedition.org/ashp/8141
DOI : 10.4000/13mua
ISSN : 1969-6310

Éditeur
Publications de l'École Pratique des Hautes Études

Édition imprimée
Date de publication : 1 septembre 2025
Pagination : 408-414
ISSN : 0292-0980

Référence électronique
Satyanad Kichenassamy, « Philologie et épistémologie mathématique en Inde ancienne », *Annuaire de l'École pratique des hautes études (EPHE), Section des sciences historiques et philologiques* [En ligne], 156 | 2025, mis en ligne le 02 avril 2025, consulté le 02 avril 2025. URL : http://journals.openedition.org/ashp/8141 ; DOI : https://doi.org/10.4000/13mua

Le texte seul est utilisable sous licence CC BY-NC-ND 4.0. Les autres éléments (illustrations, fichiers annexes importés) sont « Tous droits réservés », sauf mention contraire.

PHILOLOGIE ET ÉPISTÉMOLOGIE MATHÉMATIQUE EN INDE ANCIENNE

Chargé de conférences : M. Satyanad Kichenassamy

Programme de l'année 2023-2024 : *La naissance du discours géométrique rigoureux.*

Les propositions I.1-62 du Śulvasūtra de Baudhāyana (BŚuS) forment le premier discours[1] dans lequel la pensée conceptuelle mathématique[2] est attestée. C'est une *paribhāṣā,* « métadiscours » dont le genre remonte peut-être à notre auteur ou à son école[3]. En particulier, la proposition I.48 contient le premier énoncé du théorème du carré de la diagonale d'un oblong, qu'une tradition tardive attribue à Pythagore. La proposition I.45 n'est autre que celle dont Socrate affirme dans le Ménon qu'on peut la retrouver par anamnèse. Ce cycle de conférences a consisté en une lecture attentive des textes du corpus védique qui ont conduit aux propositions I.1-49. Nous avons ainsi pu mettre en évidence les bases de l'épistémologie mathématique de cette époque, et la saisir dans son évolution historique. Ces textes renouvellent notre compréhension des mathématiques en mettant au jour les conditions d'émergence de la liberté de penser et de l'innovation dans le domaine scientifique.

Ce cycle se place dans la continuité des travaux de P.-S. Filliozat sur l'épistémologie indienne et de ceux de M. Houben à l'EPHE-PSL sur la dimension rationnelle du rituel védique, qui seule nous intéresse ici.

Les textes étudiés sont les suivants, classés par thèmes, abréviations : Ābh : *Āryabhaṭīya* ; AitU : *Aitareya Upaniṣad*; BĀUp : *Bṛhad-āraṇyaka Upaniṣad*; ChU : *Chāndogya Upaniṣad*; MU : *Muṇḍaka Upaniṣad*; TU : *Taittirīya Upaniṣad*, SBr : *Śatapatha Brāhmaṇa*, ṚV : *Ṛgveda*; BŚul : *Baudhāyana Śulvasūtra*; BSS : *Brāhma-sphuṭa-siddhānta*.

La relation maître-élève : TU II, début; ChU I.6.6, 7.5; IV.10.1-5, 11.1, 14.1-3; VIII.7.1-4, 8.1-4

Les maîtres des *upaniṣad-s* ne visent pas à transmettre des savoirs élémentaires, mais invitent chacun à penser selon son niveau. Ils se placent au-delà des savoirs énumérés en ChU VII.1.2. Les erreurs ne seront pas toujours corrigées, comme dans l'épisode d'Indra et de Virocana (ChU VIII.7.1 et suiv.) – tel est le prix de la liberté. Lorsque des problèmes personnels rendraient tout enseignement improductif, le maître peut choisir de se retirer (ChU IV.10.2-3). Pour autant, la relation maître-élève fournit un cadre dans

1. Sur la situation dans les autres cultures d'antiquité comparable, et la spécificité des textes indiens, voir les dix-sept premières pages de S. Kichenassamy, « Hétérométrie ».
2. La pensée conceptuelle mathématique procède par inférences sur des représentations de mot, plutôt que sur des représentations de chose ou d'action, et se caractérise par la présence d'énoncés universels. Pour le théorème qui nous intéresse, de tels énoncés ne sont attestés dans aucun autre texte antérieur. Il existe partout, y compris en Inde, des textes beaucoup plus tardifs dont la pensée conceptuelle est absente. Sa présence ici exige donc une explication.
3. L. Renou, « Le genre du sūtra », p. 178-179.

lequel la liberté de penser peut éclore, sans qu'elle devienne anxiogène[4]. L'espace défini par la *dīkṣā* du *pravargya*[5] est de même un *safe space* « espace sécurisé », intermédiaire entre le domaine privé et le domaine social, où l'innovation devient possible, sans interférence du politique. Les textes sont une invitation à penser, et doivent être abordés dans cet esprit. Les éléments contestables que l'on associe parfois au rituel védique semblent l'effet d'un fondamentalisme tardif[6].

Le discours apodictique : BŚul I.58-62; BSS XII.21-32; Ābh II.23-24

Le discours scientifique indien au plus haut niveau est hautement condensé, mais tout son contenu est accessible à l'analyse. Un exemple particulièrement instructif[7] est fourni par les Propositions BSS XII.21, 27, 28. La même analyse s'applique à Ābh II.23-24 et BŚul I.58-62, mais aussi à des textes d'autres cultures[8]. Il est ainsi possible d'inclure des définitions, des motivations et des preuves par la seule structure discursive d'un texte mathématique, ce qui en fait un *discours apodictique* accessible aux seuls *paṇḍit*s compétents et diligents. En particulier, BŚul I.58-62 est un discours apodictique[9], ce qui suggère que la structure discursive de BŚul I.1-62 est porteuse de sens. Il semble que le discours savant au plus haut niveau, dans toutes les disciplines et à toutes les époques, soit souvent un discours apodictique non dogmatique. Ce discours contient en Inde des traces des stades antérieurs des mathématiques et se présente comme une compréhension après-coup. Pour cette raison, l'examen des discours scientifiques en Inde fournit des repères sûrs pour la chronologie relative des textes.

Le rituel comme épistémologie en acte : TU III.1.2-6, BĀU I.1.2, AitU I.3.6

L'organisation même du rituel védique met en scène un modèle original où langage, action et pensée sont autonomes mais corrélés, comme les quatre acteurs du rite. Le rituel représente ainsi un point de vue sur la réalité et sur les possibilités de connaissance et d'action de l'homme. Cette réalité ne se réduit ni à la matière, ni à la parole. En effet, d'une part, le rituel met en œuvre la construction d'une structure en briques, disposées en cinq couches. Or ces couches sont identifiées aux cinq *kośa* « enveloppes » de la personne humaine, dont l'une seulement est faite de matière (TU III.1.2-6 et BĀUp I.1.2). En outre, la parole dans sa dimension purement phonatoire n'a aucune efficacité (AitUp I.3.6) et d'ailleurs, la parole proférée n'est qu'un quart de la parole (ṚV I.164.45). L'efficacité du rituel est donc d'abord psychologique : en représentant le monde, il le rend acceptable et permet à l'homme d'arrimer ses désirs à la réalité, car *satyam eva jayate* « la réalité seule triomphe » (MU II.1.6). À cette valorisation de la réalité (MU II.1.6, ŚBr

4. S. Kichenassamy, « La liberté de l'enfant ».
5. J. E. M. Houben, « The Pravargya » et « The ritual pragmatics ».
6. J. E. M. Houben, « To kill or not to kill the sacrificial victim ».
7. S. Kichenassamy, « Brahmagupta's derivation » et « Brahmagupta's propositions ». Le terme de discours apodictique fut introduit dans S. Kichenassamy, « Translating Sanskrit Mathematics ». Pour des exemples contemporains, voir S. Kichenassamy « Apodictic discourse ».
8. Sur tout ceci, voir S. Kichenassamy, « Further examples » et S. Kichenassamy et R. Ma, « La vie de Ratnamati ».
9. S. Kichenassamy, « Baudhāyana's rule for the quadrature of the circle ».

X.6.3.1) on ajoutera la perception du doute quant à l'efficacité du rituel (BŚul II.19-21). Un troisième élément est le *désinvestissement des mots de leur signification, et leur réinvestissement avec une autre signification*. Cette étape est indispensable pour la création d'un langage mathématique.

Nous suggérons que cette troisième étape est la conséquence naturelle d'un phénomène identifié par M. Filliozat dans son analyse[10] des « systèmes d'homologies » que l'on trouve dans les *upaniṣad* – terme qui, comme il le propose, renvoie sans doute à l'activité de création de tels systèmes comme dimension de la pensée individuelle. Ces homologies ne relèvent ni de la métaphore ni de la métonymie. Nous suggérons qu'elles ouvrent la possibilité de l'invention d'un langage mathématique autonome, car elles introduisent un désinvestissement des mots pour les réinvestir d'une signification qualitativement différente. Car le cordeau n'est pas une corde matérielle ayant une épaisseur, mais une unité de longueur et d'aire à la fois[11]. Le *caturaśra* de Baudhāyana n'est aucun des carrés de diverses dimensions que l'on peut construire ; pour autant, ce n'est pas une « idée » indépendante de la construction qu'il dirige. C'est pourquoi Baudhāyana peut faire d'une mesure comme concept le sujet d'une phrase : *dīrgha-caturaśrasyākṣṇayā rajjuḥ pārśvamānī tiryaṅmānī ca yat pṛthag-bhūte kurutas tad ubhayaṃ karoti* | (BŚul I.48) « le cordeau diagonal d'un oblong produit [seul] ce que [sa] mesure latérale et [sa] mesure transverse, [prises] séparément, produisent ». L'identification d'un « cordeau » à une mesure confirme qu'il s'agit d'un cordeau conceptualisé. Comme l'objet mathématique est devenu le sujet de la phrase : il n'est plus question d'un opérateur humain qui le manipule. Le langage mathématique ne peut se concevoir sans assigner ainsi à certains mots des significations purement mathématiques (carré, cercle, diamètre, etc. et, plus tard, x ou y, etc.). Seulement alors permet-il d'effectuer des raisonnements sur les représentations mentales de ces mots – des représentations de mots, distincts de représentations de chose ou d'action. Ces changements de sens ne peuvent s'analyser comme de simples tropes.

Ainsi, le rituel védique est, dans certaines de ses formes, une véritable épistémologie en acte, réunissant toutes les conditions pour l'invention du discours mathématique par la définition d'un espace protégé dans lequel purent se développer la liberté de penser, le doute, et enfin, la séparation du concept, du langage et de l'action. Pour décrire cette épistémologie, il faut introduire un concept sans équivalent contemporain exact, l'hétérométrie.

Hétérométrie et mesure du temps : BŚul I.1-21, I.58-62, ṚV I.164.11, ŚBr X.2.6.1-18

L'analyse de BŚul I.58-62 établit que la mathématique indienne reposait sur une conception des unités de mesure sans équivalent moderne : l'hétérométrie[12], caractérisée par la conjonction de trois hypothèses : il existe plusieurs unités de longueur, non nécessairement commensurables en droit, dont on peut choisir l'une arbitrairement ; cette unité est divisible en un nombre arbitraire de parties aliquotes ; les grandeurs

10. P.-S. Filliozat, « Homologies ».
11. Chez Baudhāyana, l'unité d'aire est toujours l'aire du carré de côté unité.
12. S. Kichenassamy, « Hétérométrie ».

constructibles peuvent servir d'unités secondaires, qu'elles soient commensurables avec l'unité choisie ou pas. Elle est naturellement issue de la mesure du temps, car les phénomènes naturels fournissent des phénomènes approximativement périodiques – jour civil, mois lunaire, année sidérale, etc.– qu'il est difficile de comparer directement avec exactitude. Plus encore, il est matériellement impossible de comparer *directement* les intervalles de temps produits par une même horloge, sauf à disposer d'une machine à voyager dans le temps. Il n'en est pas de même pour les étalons de longueur, que l'on peut toujours, du moins en principe, reporter comme dans la première scène des *Noces de Figaro* de Mozart. Pour la géométrie, l'unité de longueur chez Baudhāyana et dans tous les textes indiens ultérieurs, définit également l'unité d'aire, par le carré de côté unité. BŚul I.1-21-49 montrent que chaque figure est définie par une suite de constructions à partir du carré unité, comprenant des transformations sans changement d'aire. Il s'ensuit que l'aire d'une figure est immédiatement déterminée par sa construction même, et que le changement d'échelle résulte mécaniquement du changement d'unité, comme en BŚul II.1-3 et suiv. Les trois aspects de l'hétérométrie sont impliqués dans la plupart des raisonnements de Baudhāyana. Par contre, une lecture fondée sur des notions plus récentes n'est pas seulement anachronique : elle n'est pas compatible avec le texte[13].

Les concepts de perpendicularité et de carré : BŚul I.22-49

Un autre élément de l'épistémologie indienne ancienne a également été mis en évidence par M. Filliozat[14], c'est la *yukti* au sens de cohérence. L'épistémologie indienne est classiquement organisée en termes des *pramāṇa-s* « critères d'évaluation, *lit.* mesures » que les diverses écoles admettent ou rejettent. Or, la *yukti*, cohérence entre les résultats fournis par différentes « mesures » était considérée comme un critère autonome ; elle fut tardivement incluse dans le *pramāṇa* de l'inférence, et connut des fortunes diverses, particulièrement en contexte bouddhique. Dans le discours mathématique, la cohérence entre plusieurs définitions du carré permet de considérer les définitions comme autant de critères permettant de reconnaître un carré. C'est elle qui permet de démontrer le théorème du carré de la diagonale[15] car l'étape principale pour Baudhāyana est la mise en cohérence de cinq définitions du carré.

Baudhāyana commence par définir (BŚul II.22 et suiv.), semble-t-il pour la première fois, le *dvitīya viṣkambhaḥ* « second diamètre » perpendiculaire à un segment conçu comme diamètre d'un cercle – ce que nous appelons maintenant la médiatrice de ce segment. Ces deux diamètres jouent le rôle d'axes de symétrie. Bien plus tard, chez Brahmagupta, toutes les figures seront encore inscrites dans un cercle, et classées selon leurs propriétés de symétrie. La méthode de Baudhāyana, par l'intersection de deux cercles, se retrouve dans toute la science indienne ultérieure. Baudhāyana construit grâce à elle deux carrés imbriqués : les diagonales de l'un sont les médiatrices des côtés de l'autre. Cette construction emploie un postulat analogue au postulat des parallèles de la géométrie euclidienne qui, dans d'autres textes, fournit la base d'une construction des carrés (ĀpŚul 9.1 et suiv.). La même figure contient encore d'autres carrés. La mise en cohérence de

13. S. Kichenassamy, « Baudhāyana's rule for the quadrature of the circle ».
14. P.-S. Filliozat, « *Yukti* » et « Caraka's proof » et S. Kichenassamy, « Mathematical epistemology ».
15. Pour le détail de l'argument, voir S. Kichenassamy, « Hétérométrie ».

ces définitions constructives du carré fournit quatre caractérisations du carré. Ensuite, Baudhāyana fournit deux nouvelles constructions de perpendiculaires à l'aide d'un cordeau portant des marques à certains points, que l'on trouve pour partie dans des textes antérieurs ; il les conceptualise en introduisant un nouveau terme technique, *nyañcana*, pour la marque permettant d'obtenir une perpendiculaire. Il obtient ainsi une nouvelle construction d'un carré, et d'un oblong. Comme ces constructions ne seront justifiées qu'en I.48-49, il fournit également des définitions rigoureuses de l'oblong[16], ainsi que du trapèze isocèle et de certains types de triangles et de losanges. Très généralement, Baudhāyana incorpore des résultats antérieurs et leur donne une valeur heuristique. Il décrit ensuite une séquence logique (I.45-49) où le théorème général du carré de la diagonale est obtenu progressivement, à partir de la détermination des diagonales de deux oblongs, de côtés respectifs[17] (1, 1) ; (1, √2) (BŚul I.45-46), d'où il tire la construction de √3 et de √(1/3) (BŚul I.47). Ces configurations conduisent naturellement à un argument généralisable et donc, au résultat général (BŚul I.48). Les exemples (BŚul I.49) justifient les constructions fondées sur la marque *nyañcana* et s'interprètent simplement en termes des cordes marquées associées[18]. Le rôle de l'oblong (1, √2) provient d'une propriété remarquable : cet oblong est semblable à son double.

Conclusions et perspectives

L'épistémologie mathématique de Baudhāyana est rendue intelligible par l'analyse du rituel védique dans les Brāhmaṇas et les Upaniṣads, qui reprennent des notions et des opérations attestées dans des textes antérieurs pour les investir d'un nouveau sens après-coup. Cette caractéristique nous permet d'historiciser une partie des textes védiques en les examinant sous l'angle de l'évolution des concepts mathématiques. L'analyse des mathématiques indiennes fournit également de nouveaux outils pour aborder les textes d'autres cultures. Les arguments résumés ici ont été développés dans les publications issues de ce cours ; ils fournissent à ce jour la seule lecture cohérente des textes étudiés.

Parmi les perspectives, mentionnons la confrontation des textes de Baudhāyana, de ses contemporains et de ses successeurs, qui devrait permettre non seulement une historicisation plus fine de ces textes, mais aussi de comprendre dans quelle mesure les mathématiques indiennes à toutes les époques ont développé et approfondi les concepts introduits par Baudhāyana.

Sources primaires

Āryabhaṭa, *Āryabhaṭīya of Āryabhaṭa*, éd. K. S. Shukla, K. V. Sarma, New Delhi, 1976.

Brahmagupta, *Brāhmasphuṭa Siddhānta and Dhyānagrahopadeśādhyāya of Brahmagupta*, éd. Sudhākara Dvivedin, Benares, 1902.

16. La notion d'angle est absente de toutes les mathématiques indiennes. Elle est d'ailleurs semble-t-il uniquement présente dans le monde hellénistique. Les fonctions sinus et cosinus, d'origine indienne, ont pour argument un arc de cercle, jamais un angle conçu comme attribut de l'intersection de deux lignes. C'est pourquoi il convient de parler d'oblongs, de trilatères, etc. plutôt que de rectangles ou de triangles, etc.
17. 1 représente ici l'unité de longueur, √2 la longueur qui produit une aire de deux unités *(dvikaraṇī)*, √3 celle qui produit trois unité *(tritīyakaraṇī)* et ainsi de suite.
18. Sur tout ceci, nous renvoyons à notre « Hétérométrie ».

Brahmagupta, Sharma (R. S.), dir., *Brāhma-Sphuṭa Siddhānta, with Vāsanā, Vijñāna and Hindi Commentaries*. New Delhi, 1966.

The Veda of the Black Yajus School: Entitled Taittiriya Sanhita, éd. et trad. Arthur Berriedale Keith, Cambridge (MA), 1914.

The Çatapaṭha-Brāhmaṇa, éd. Albrecht Weber, Berlin, 1849, réimpr. Varanasi, 1964.

Die Taittirîya-Saṃhitâ, éd. Albrecht Weber, Leipzig, 1871-1872.

The Principal Upaniṣads, éd. et trad. S. Radhakrishnan, Londres, 1953, réimpr. Atlantic Highlands (NJ), 1992.

The Śulbasūtras of Baudhāyana, Āpastamba, Kātyāyana and Mānava, with text, English translation and commentary. éd. et trad. S. N. Sen, A. K. Bag, New Delhi, 1983.

Études

Filliozat (Pierre-Sylvain), « *Yukti* : le quatrième *pramāṇa* des médecins (Carakasaṃhitā, Sūtrasthāna, XI, 23) », *Journal of the European Āyurvedic Society*, 1 (1990), p. 33-46.

Filliozat (Pierre-Sylvain), « Caraka's proof of rebirth », *Journal of the European Āyurvedic Society*, 3 (1993), p. 95-110.

Filliozat (Pierre-Sylvain), « Homologies du monde, de la parole et de l'homme dans les religions de l'Inde (des Veda aux Tantra) », dans P. Gignoux (éd.), *Ressembler au monde*, Turnhout, 1999, p. 11-40.

Filliozat (Pierre-Sylvain), « La logique du médecin selon la Carakasamhitā », *Comptes rendus des séances de l'Académie des inscriptions et belles-lettres*, 150, n° 4 (2006), p. 1961-1975.

Houben (Jan E. M.), *The Pravargya Brāhmaṇa of the Taittirīya Āraṇyaka*, Delhi, 1991.

Houben (Jan E. M.), « To kill or not to kill the sacrificial animal (yajña-paśu)? Arguments and perspectives in Brahminical ethical philosophy », dans J. E. M. Houben, K. R. van Kooij (dir.), *Violence Denied: Violence, Non-Violence and the Rationalization of Violence in South Asian Cultural History*, Leyde, 1999, p. 105-183.

Houben (Jan E. M.), « The ritual pragmatics of a Vedic hymn: The "riddle hymn" (Ṛgveda 1.164) and the Pravargya-ritual », *Journal of the American Oriental Society*, 120, 4 (2000), p. 499-536.

Kichenassamy (Satyanad), « Baudhāyana's rule for the quadrature of the circle », *Historia Mathematica*, 33, 2 (2006), 149-183.

Kichenassamy (Satyanad), « Brahmagupta's derivation of the area of a cyclic quadrilateral », *Historia Mathematica*, 37 (2010), p. 28-61.

Kichenassamy (Satyanad), « L'analyse littéraire au service de l'histoire des mathématiques : critique interne de la Géométrie de Brahmagupta », *Comptes rendus des séances de l'Académie des inscriptions et belles-lettres*, 156, n° 2 (2012), p. 781-796.

Kichenassamy (Satyanad), « Brahmagupta's propositions on the perpendiculars of cyclic quadrilaterals », *Historia Mathematica*, 39, 4 (2012), p. 387-404.

Kichenassamy (Satyanad), « Translating Sanskrit mathematical texts », *Aestimatio*, nouv. sér. 1 (2020), p. 183-204, qui reproduit, avec une notice biographique, l'article paru dans *Aestimatio*, 13 (2016-2018), p. 119-140.

Kichenassamy (Satyanad), « Further Examples of Apodictic Discourse I & II », I : *Gaṇita Bhāratī*, 43, 2 (2021), p. 93-120 ; II : *Gaṇita Bhāratī*, 44, 1 (2022), p. 51-94.

Kichenassamy (Satyanad), Ma (Ruixin) 马瑞欣, « La vie de Ratnamati 勒那漫提 dans le Xu Gaoseng Zhuan 續高僧傳 et la transmission de savoirs mathématiques en contexte bouddhique », *Journal des savants*, n° 2 (2022), p. 299-328.

Kichenassamy (Satyanad), « La liberté de l'enfant d'après les sources sanskrites et tamoules, et l'humanisme scientifique indien », dans J.-M. Mouton et N. Grimal (éd.), *Enfance et jeunesse dans les sociétés d'Asie*, Paris, 2024, p. 237-254.

Kichenassamy (Satyanad), « Hétérométrie, cohérence et discours apodictique : la dérivation du théorème du carré de la diagonale chez Baudhāyana », *Journal Asiatique*, 311, 2 (2023), p. 267-303.

Kichenassamy (Satyanad), « Apodictic discourse and Sanskrit humanism in *L'Inde Classique : Manuel des Études Indiennes*, IX.5 (Mathematics) », *Journal Asiatique*, 312, 1 (2024), p. 45-55.

Kichenassamy (Satyanad), « Mathematical epistemology in the Vedic ritual corpus », dans Jan E. M. Houben, Silvia D'Intino, Julieta Rotaru (éd.), *The Veda: texts and language, myths and ritual*, 2025 (à paraître).

Renou (Louis), « Sur le genre du sūtra dans la littérature sanskrite », *Journal Asiatique*, 251 (1963), p. 165-216.